

# 軸方向磁場を持つマグネトロン中の軌道計算

Doug Craigen

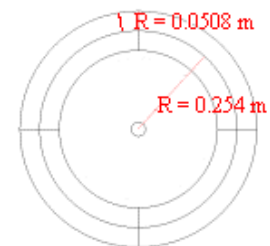
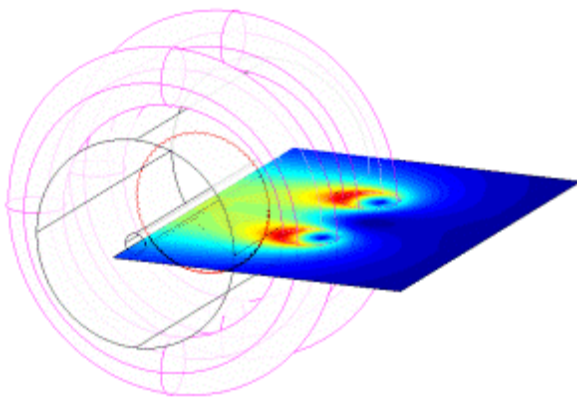
Integrated Engineering Software

## 要約

LORENTZ-3D のベンチマーク問題のひとつは、軸方向磁場を持つマグネトロンである。この解説では、LORENTZ-3D を使って電場と磁場を同時に解き、その後これらの場から発射した荷電粒子の軌道を計算する方法について示している。場と軌道計算は解析解と非常に良く一致している。指定された形状の端部でのサイド効果による粒子の捕捉について説明する。

## 磁場部分

左図に示すように、磁場はヘルムホルツコイルを用いて求めた。ヘルムホルツコイルは、中央付近（ここから粒子を発射する）で極めて様な磁場を発生する。この磁場は2つのコイルの中心軸の方向になる。



使用したヘルムホルツコイルの形状

半径 0.254 m、 電流 1 kA

この場合、理想的なヘルムホルツコイル中心の磁束密度は、

$$B = \mu_0 I / [ (5/4)^{3/2} \text{ radius} ]$$

$$= 4 * \pi * 10^{-7} * 1000 / [ (5/4)^{3/2} * 0.254 ] = 0.00354 \text{ T} = 35.40 \text{ G}$$

Lorentz は中心の磁束密度を 35.33 G と計算する。誤差 0.2 % はコイルの厚みに起因する。

## 電場部分

電場はヘルムホルツコイルと同軸の2つの円筒導体を用いて設定する。

円筒1 半径 0.183 m (7.2 in)

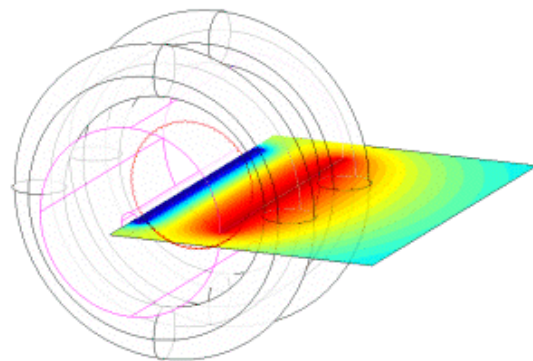
長さ 0.5715 m (22.5 in)

電位 1000 V

円筒2 半径 0.0183 m (0.72 in)

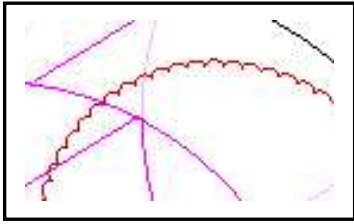
長さ 0.5715 m (22.5 in)

電位 0 V



上のコンター図は2つの円筒を切断する面上の電位を示している。プロット図から、円筒内で電位は軸方向に一樣であることがわかる。予想どおり円筒端部で端部の効果が期待できる。

### 軌道計算



軌道計算への主な寄与は、ガイドセンターの E/B ドリフトで生じる大きな軌道と、サイクロトロン周波数での小さな振動である。ここで示した特別な軌道は、半径 0.12 m から静止している電子をリリースして作り出した。

電子は電場により外方向に加速されるが、速度が増すと  $qvB$  のローレンツ力を受ける。この力は電子がさらに外方向に動くにつれて大きくなり、ついに電気的な力に打ち勝って電子を元の半径の方へループバックさせる（ただし変位量は小さい）。電子が再び瞬間的に静止する角の点がある。

軌道上の E 及び B 値の範囲			
	最小値	最大値	平均値 (標準偏差)
r	0.120 m	0.1235 m	0.12174 (0.0012) m
E	3625 V/m	3521 V/m	3573 (37) V/m
B	34.46 G	34.34 G	34.405 (0.041) G

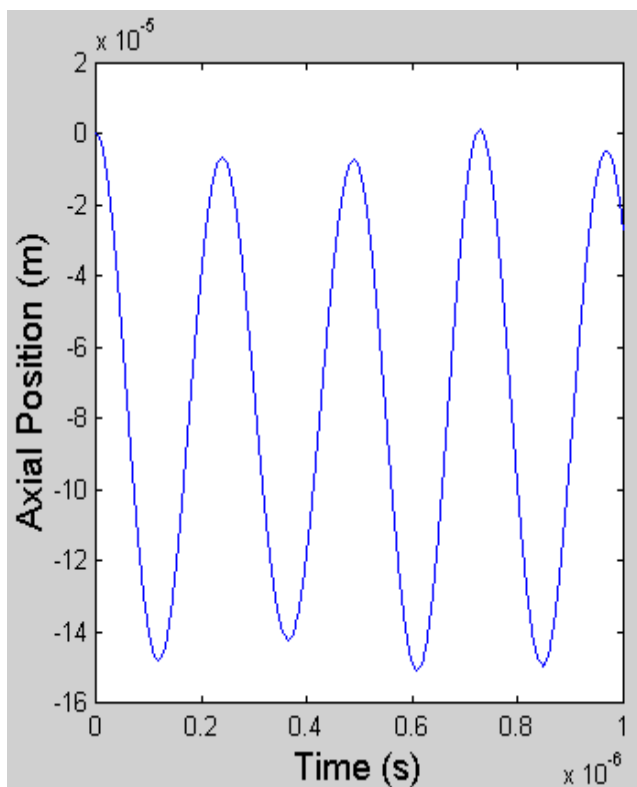
理論値 対 LORENTZ 計算値			
	理論値	LORENTZ 計算値	誤差 (注)
サイクロトロン周波数	$f_c = qB/(2\pi m) = 96.31 \text{ MHz}$	96.23 MHz	0.08 %
マグネトロン周波数	$f_m = v/(2\pi r) = E/(B \cdot 2\pi r)$ $= 3573/(0.0034405 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.12174)$ $= 1.358 \text{ MHz}$	1.364 MHz	0.43 %

(注) これらの誤差は、場で限定される理論値と比較した精度で軌跡を出力する Lorentz の能力を見せるために示している。サイクロトロン周波数では、磁場 (標準偏差=0.2 %) のみが重要である。マグネトロン周波数では、電場が制限要因 (1% 標準偏差) になる。Lorentz にフィールドソルバー部分が、解の精度と計算時間の色々な組み合わせを与えるけれども、ここで観測されるフィールドの変動は、主に軌道での半径位置の変動によるものである。

解析は電子を静止状態からリリースするようにして、最も小さい半径方向の運動にし、それにより理論値との比較のため場の変動を最小になるようにした。しかしながら、これは右図示したような、大きな軌跡を行うガイドのセンターまわりの振動という形状に、一般的になる。

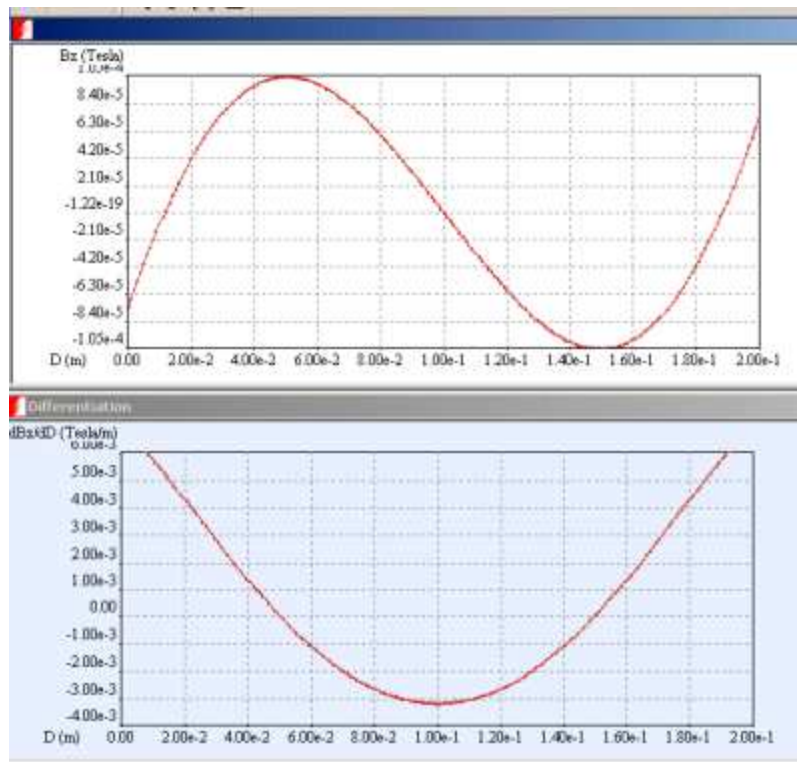


## ノイズと端部の効果



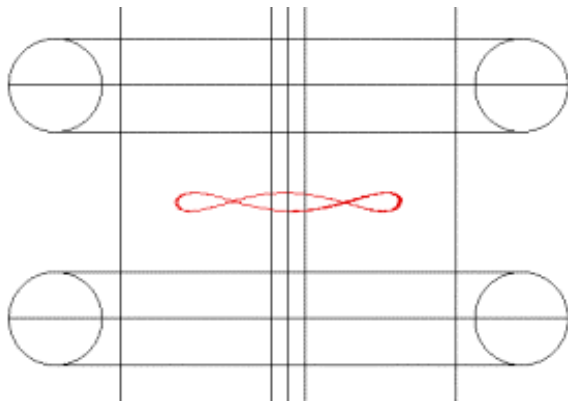
実際のデバイスでは、半径方向の E フィールドと軸方向の B フィールドのように簡単にはならない。形状が有限の大きさであるので、粒子が対称面から離れるとすぐに、他のフィールド成分が影響してくる。LORENTZ のようなシュミレーションソフトウェアの利点のひとつは、端部のフィールドが安定に導くか否かを定めることができることである。フィールド解のわずかなノイズ(軸力が零ということが、軸センターで厳密に成立しない)が、粒子の軸方向への運動を引き起こす。粒子が対称軸から離れても、このデザインでは E と B の端部フィールドの効果で中央に引き戻される(軸方向の単純な調和振動)。

右のプロット図は、0.1217 m で軸に平行な直線上のものである。ラインの中央で 0.1 m になり、プロットした  $B_z$  成分は B フィールドの半径方向である。問題をバネ上のマスと同じように取り扱えばバネ定数は、電荷に速度と B フィールドの勾配の外積をかけて得られる。電子の速度は非常に変動するので、軸力を高める  $B_{\text{radial}}$  に垂直なネットのドリフト速度を使用する。これから、磁場効果のみのときセンター付近で電子に 3.85 MHz の周波数を予想する。



電場の場合、再びセンター方向に引き戻す力がある。E フィールドの軸方向成分の勾配は  $162 \text{ V/m}^2$  である。電場だけの影響を考えると、これにより予想周波数は  $0.85 \text{ MHz}$  上昇する。

新しいバネ定数を得るために電氣的及び磁氣的な力を加えると、予想周波数は  $3.94 \text{ MHz}$  になる。しかしながら、これは平均半径で行ったものである。可能な変動を予測するために、軌道の最も外側の半径で同じことを行い、 $4.12 \text{ MHz}$  を得た。そのため観測された  $4.12 \text{ MHz}$  は、軌道の異なる部分のフィールド解を使用して予想した周波数の範囲内である。



上で見られるように、B による“バネ定数”は粒子がセンターから離れるほど減少する。しかしながら、E の“バネ定数”は増加するので、2つの効果はある範囲でキャンセルされる。左は軌跡のスクリーンショットで、半径  $0.12 \text{ m}$ 、センター上の高さ  $0.01 \text{ m}$  から静止状態の電子をリリースしたときのものである。ここで観測された周波数は  $4.10 \text{ MHz}$  である。

形状でのフィールドの端部の効果と電子のリリース位置は、軸に沿う電子の運動に  $4.1 \text{ MHz}$  の振動を与えるトラップとして作用することがわかる。